

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 2003/2004

September - Oktober 2003

ZCT 210/4 - Analisis Kompleks dan Persamaan Pembezaan

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua ENAM soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

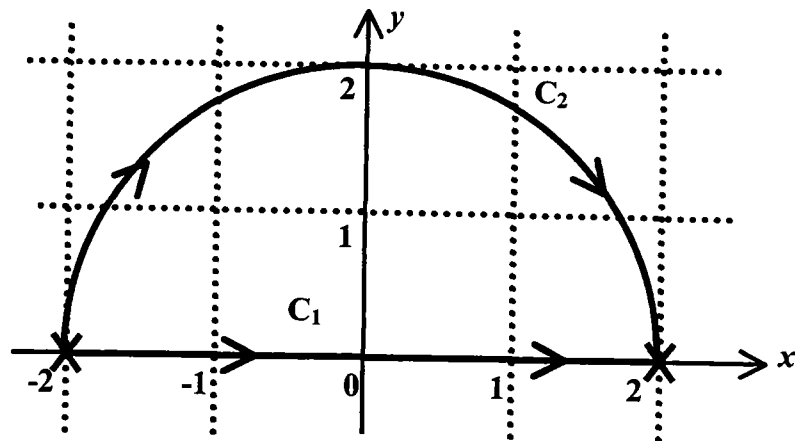
1. Diberi nombor kompleks $P = 3 + 4i$.
 - (a) Lakarkan P di dalam satah kompleks. (10/100)
 - (b) Tukarkan P ke dalam bentuk kutub, $P = r e^{i\theta}$. (15/100)
 - (c) Terbitkan semua punca yang berbeza bagi $P^{1/3}$. (40/100)
 - (d) Lakarkan punca-punca ini di dalam satah kompleks. (15/100)
 - (e) Nilaikan P^{1-i} . (20/100)

2. Diberi $f(z) = 4z^3 + 2i$
 - (a) Nilaikan $\int_{-2}^2 f(z) dz$ dengan kamiran biasa. (30/100)
 - (b) Nilaikan $\int_{-2}^2 f(z) dz$ sepanjang lintasan C_1 (sila rujuk Rajah 1). (30/100)

...2/-

- (c) Nilai $\int_{-2}^2 f(z)dz$ sepanjang lintasan C_2 (sila rujuk Rajah 1).

(40/100)



Rajah 1

[Nota: Lintasan C_1 ialah satu garis lurus dari $(-2,0)$ ke $(2,0)$]

[Nota: Lintasan C_2 ialah satu semi-bulatan yang berjejari 2 dan berpusat pada $z = 0$]

3. Diberi $g(z) = \frac{1}{z^3 + 1}$

- (a) Cari kutub-kutub yang terhingga bagi $g(z)$. (15/100)
- (b) Lakarkan kutub-kutub ini di dalam satah kompleks. (15/100)
- (c) Cari reja-reja bagi $g(z)$ pada kutub-kutub ini. (25/100)
- (d) Nilai kamiran, $I = \int_{-\infty}^{\infty} g(z)dz$ dengan teorem reja. (45/100)

4. Pertimbangkan persamaan pembezaan yang berikut:

$$2xy'' + y' + xy = 0 \quad (1)$$

...3/-

- (a) Tunjukkan bahawa persamaan pembezaan (1) mempunyai titik singular biasa (regular singular point) pada $x = 0$
(10/100)
- (b) Selesaikan persamaan pembezaan (1) dengan menggunakan kaedah Frobenius – tentukan persamaan indicial (indicial equation), persamaan rekursi (recurrence relation) dan punca-punca persamaan indicial (roots of the indicial equation). Dari punca-punca persamaan indicial, cari penyelesaian bersiri (series solution) bagi persamaan pembezaan (1)
(90/100)
5. Pertimbangkan persamaan pembezaan yang tidak homogen ini:
- $$2y'' + 3y' + y = x^2 + 3\sin(x) \quad (2)$$
- (a) Cari penyelesaian am bagi persamaan homogen (complementary solution) $y_c(x)$, yang terturun dari persamaan pembezaan (2).
(20/100)
- (b) Cari penyelesaian $y_p(x)$ (particular solution), bagi persamaan pembezaan (2) dengan kaedah koefisien yang tak ditentukan (undetermined coefficients).
(75/100)
- (c) Dari keputusan dalam (a) dan (b), nyatakan penyelesaian am bagi persamaan pembezaan (2).
(5/100)
6. Pertimbangkan persamaan pembezaan yang berikut:
- $$dx + \left\{ \frac{x}{y} - \sin(y) \right\} dy = 0 \quad (3)$$
- (a) Tunjukkan bahawa persamaan pembezaan (3) adalah tepat (exact equation).
(10/100)
- (b) Cari faktor pengamir (integrating factor) yang sesuai supaya persamaan pembezaan (3) adalah tepat bila didarab dengan faktor pengamir tersebut.
(15/100)
- (c) Dengan keputusan dari (b), cari penyelesaian am bagi persamaan pembezaan (3)
(75/100)